

process)이라 한다. 그리고  $i > j$ 에 대하여  $b_{ij} = 0$ 이면 이 과정을 초대각과정(superdiagonal process), 또  $i < j$ 에 대하여  $b_{ij} = 0$ 이면 부대각과정(subdiagonal process)이라 한다.

※ 참고 7.53  $\{X_t\} \sim \text{BL}(p, 0, p, 1)$ 이면, (7.50)은

$$X_t + \sum_{j=1}^p a_j X_{t-j} = \varepsilon_t + \sum_{j=0}^p b_j X_{t-j} \varepsilon_{t-1} \quad (7.52)$$

(단,  $\varepsilon_t \sim \text{NID}(0, 1)$ )이다. 이때  $X_t$ 의 자기공분산을  $R_X(s) = \text{Cov}(X_{t+s}, X_t)$ 라 하면

$$R_X(s) + a_1 R_X(s-1) + \cdots + a_p R_X(s-p) = 0, \quad s \geq 2$$

임을 보일 수 있다. 이것은 ARMA( $p, 1$ )의 윌-워커(Yule-Walker) 방정식으로, 이 결과는 BL( $p, 0, p, 1$ )과 ARMA( $p, 1$ )의 공분산구조가 같음을 뜻한다. ■

다음 두 정리는 특별한 경우의 이선형모형의 특성들을 설명한다. 자세한 설명은 참고문헌 [186]에서 찾을 수 있다.

**정리 7.54**  $\{X_t\}$ 가 단순 대각이선형모형을 따르면, 즉

$$X_t = bX_{t-k}\varepsilon_{t-k} + \varepsilon_t, \quad k > 1 \quad (7.53)$$

이면, 모든  $1 \leq j \leq k-1$ 에 대하여 다음이 성립한다.

$$\text{Cov}(X_t^2, X_{t-j}^2) = 0$$

**정리 7.55**  $\{X_t\}$ 가 단순 대각이선형모형을 따르면, 즉

$$X_t = bX_{t-k}\varepsilon_{t-k} + \varepsilon_t, \quad k > 1 \quad (7.54)$$

일 때, 다음이 성립한다.

- (1) 평균 :  $\mu_t = E[X_t] = b$ .
- (2) 2차적률 :  $m_2 = E[X_t^2] = \frac{1+b^2}{1-b^2}$ .
- (3) 분산 :  $\text{Var}[X_t] = \frac{1+b^2-b^4}{1-b^2}$ .

- (4) 자기공분산 :  $C_X(h) = \text{Cov}(X_t, X_{t+h}) = \begin{cases} b & h = k \text{이면}, \\ 0 & h \neq k \text{이면}. \end{cases}$
- (5) 3차적률 :  $m_3 = E[X_t X_{t-s_1} X_{t-s_2}] = C_X(s_1, s_2)$ 은

$$C_X(s_1, s_2) = \begin{cases} 2b^2(4+5b^2)/(1-b^2), & s_1 = s_2 = 0 \text{이면}, \\ 2b^2(1+b^2+b^4)/(1-b^2), & s_1 = s_2 = k \text{이면}, \\ 3b^3, & s_1 = k, s_2 = 2k \text{이면}, \\ 6b^{2n+3}(1+b^2+2b^4)/(1-b^2), & s_1 = 0, s_2 = nk; n = 1, 2, \dots, \\ 0 & \text{그 밖에서.} \end{cases}$$

※ 참고 7.56 (이선형모형의 한 실현) 단순 대각이선형모형

$$X_t = 0.95X_{t-1}\varepsilon_{t-3} + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim \text{NID}(0, 1)$$

의 한 실현이 [SAS 프로그램 70]에 의하여 그림 7.26과 같이 주어진다. 돌출부분의 진폭은 계수 0.95에 의하여 결정된다. 요약된 기본통계량에 의하면, 평균이 0.013, 분산이 7.648이고 왜도와 첨도가 각각 0.004와 15.772로 주어진다. 첨도는 정규분포의 값 3에 비해 매우 크고 또 정규확률도는 물론 정규성 검정에 이용되는 사피로-윌크 검정 등은 이 계열에서 조건부 정규성이 성립하지 않음을 보이고 있다. 이 실현계열에서 변동집중현상 등 금융자료의 특징들이 관찰되어 이선형모형도 금융자료를 포함한 이분산시계열의 모형으로

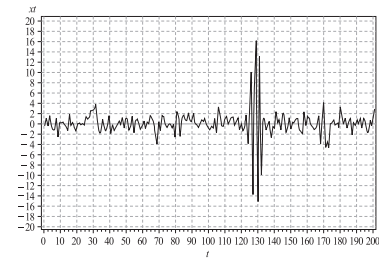


그림 7.26: 단순 대각이중선형모형의 한 실현