

S자 이야기

Donald E. Knuth

1980

도널드 크누스(Donald E. Knuth) 교수가 쓴 *Digital Typography*에 재미있는 섹션이 있습니다. “S자 이야기(The Letter S)”인데요, 프란체스코 토르니엘로(Francesco Torniello)라는 이탈리아의 한 타이포그래퍼가 쓴 알파벳 도해법에서 S자 도해를 수학적으로 계산하여 설명하고 있습니다. 재미있는 부분이라는 생각이 들어서 조금 인용해봅니다. 원문 그대로 옮기지는 않았고요, 제가 중간중간에 이해를 돕기 위해 추가한 부분이 있습니다만 따로 명기하지는 않았습니다.

S자 이야기 중

몇 년 전 최신 프린트 장비에 사용할 적당한 알파벳을 디자인해야하는 문제가 있었는데 문자 스물다섯 개는 비교적 다루기가 쉬웠다. 그렇지 않은 다른 하나는 바로 ‘S’자였다.

(중략)

프란체스코 토르니엘로가 1517년에 쓴 《알파벳토》(*L'Alfabeto*)라는 책에는 알파벳 작도법이 소개되어 있다. 이를 요즘 수학 용어로 바꾸면 다음과 같다.

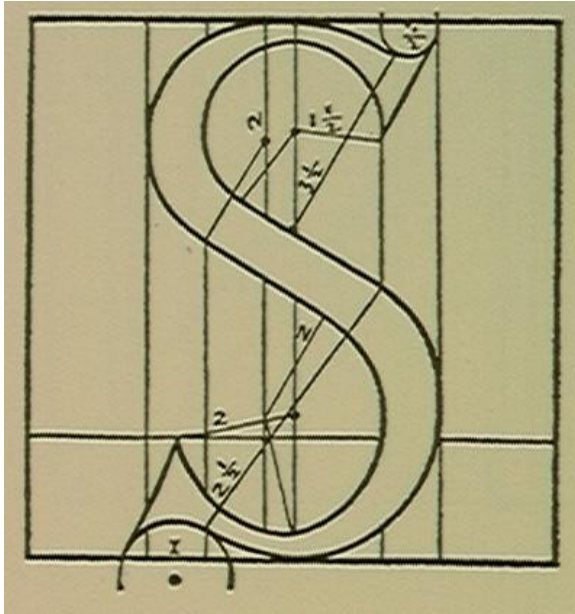


그림 1: 토르니엘로의 S자 도해

'S'자는 9×9 데카르트 좌표 평면에 그린다. 여기서 $0 \leq x \leq 9$, $0 \leq y \leq 9$ 이다. 'S'를 그리기 위한 경계점 14개를 정의한다. 편의상 이것들을 $P_1 = (x_1, y_1)$, $P_2 = (x_2, y_2)$, \dots , $P_{14} = (x_{14}, y_{14})$ 로 정의한다.

1. 중심이 $(4.5, 5.5)$ 이고 반지름이 3.5인 원호를 그린다. 이때 P_1 은 원호상의 점 $(4.5, 9)$ 이다.
2. 이때 1에서 그린 원호가 직선 $x = 6$ 와 만나는 점을 P_2 라 하자.

그러면 P_2 는 $(6, 5.5 + \sqrt{(3.5)^2 - (1.5)^2}) = (6, 5.5 + \sqrt{10})$ 이다.

3. 중심이 $(6.5, 9)$ 이고 반지름이 0.5인 원호를 그릴 차례다. 원호상의 점 $(6.5, 8.5)$ 를 P_3 이라 하고 P_3 에서 $(7, 9)$ 까지 원호를 그린다.
4. 점 $(6, 7)$ 를 P_4 이라 하고, P_4 에서 방금 그린 원호에 접하는 직선을 긋는다.
5. 4에서 원호와 직선의 접점을 P_5 라 하면 P_5 는 $(6\frac{16}{17}, 8\frac{13}{17})$ 이다. (원의 성질과 닮음비, 삼각비를 이용하여 방정식을 푼다.)
6. 중심이 $(4, 7)$ 이고 반지름이 2인 원호를 그린다. 이때 P_6 과 P_7 은 각각 $(4, 9)$, $(3, 7 - \sqrt{3})$ 이다. 이 두 점 사이 만큼 원호를 그린다.
7. $(5, 4)$ 를 P_8 이라 하고 P_7 에서 P_8 까지 직선을 긋는다.
8. 중심 $(4.5, 7\frac{1}{8})$ 에서 P_4 를 지나는 원호를 $P_9 = (3.5, 6)$ 까지 긋는다.
9. $(6, 4.5)$ 를 P_{10} 이라 하고 P_9 에서 P_{10} 까지 직선을 긋는다.
10. P_{10} 을 지나고 중심이 $(4.5, 2.5)$ 이고 반지름이 2.5인 반원을 그린다. P_{11} 은 $(3, 0.5)$ 이다.
11. P_{11} 과 P_{12} 를 잇는 다른 작은 원호를 그린다. 이 원호의 중심은 $(2.5, y)$ 이고 반지름은 1인데, P_{12} 의 x_{12} 좌표는 $1\frac{7}{8}$ 이다. 따라서 $y = (1 - \sqrt{3})/2 \approx -0.37$ 이고 $y_{12} = (\sqrt{39} + 4 - 4\sqrt{3})/8 \approx 0.41$ 이다. (원의 방정식을 풀어야 한다.)
12. P_8 에서 (아직 정의되지 않은) P_{13} 을 잇는 반지름이 2인 원호를 그린다. 이 원호의 중심의 x 좌표는 4이고 $x_{13} = 4.5$ 이다. 원의

방정식을 풀면 중심은 $(4, 4 - \sqrt{3}) \approx (4, 2.27)$ 이고 $y_{13} = 4 - \sqrt{3} - \sqrt{3.75} \approx 0.33$ 이다.

13. P_{13} 에서 (아직 정의되지 않은) P_{14} 를 잇는 반지름이 2인 원호를 그린다. 이 원호의 중심의 y 좌표는 4.5이고 $y_{14} = 2$ 이다. 원의 방정식을 풀면 중심은 $(4.5, 6 - \sqrt{3} - \sqrt{3.75}) \approx (4.5, 2.33)$ 이고 $x_{14} = 4.5 - \sqrt{4 - (4 - \sqrt{3} - \sqrt{3.75})^2} \approx 2.53$ 이다.
14. 마지막으로 P_{14} 와 P_{12} 를 잇는다.

(인용 끝)

- 그림 2는 Adobe Illustrator에서 크누스 교수가 소개한 방법으로 그렸는데, 정확한 작도를 위해 약간의 원의 방정식을 풀어야 했습니다.
- 토르니엘로의 문자를 볼 수 있는 곳

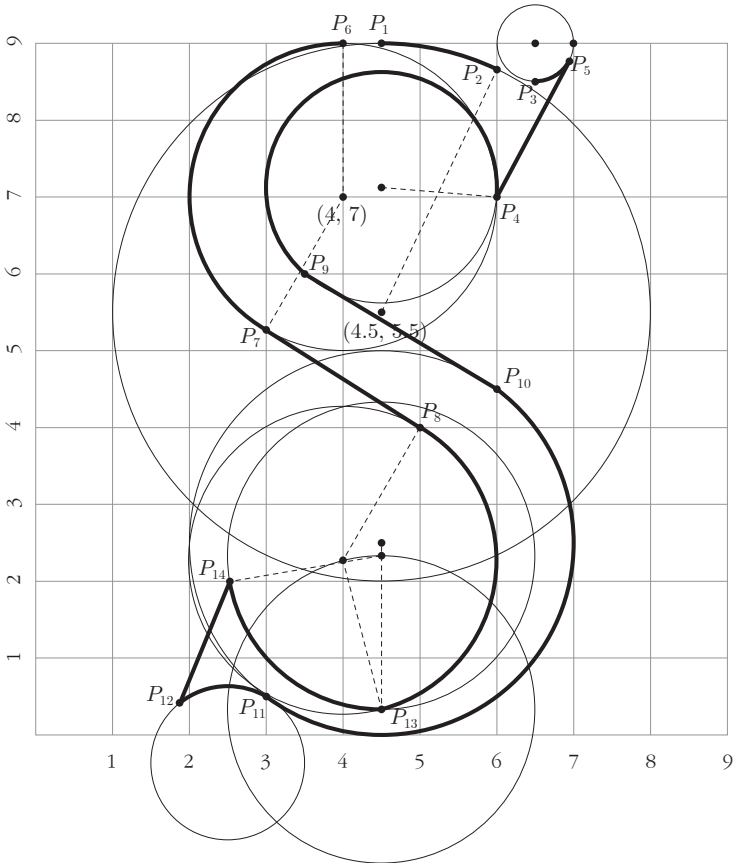


그림 2: 크누스가 소개한 작도 방법으로 그려본 토르니엘로의 S자

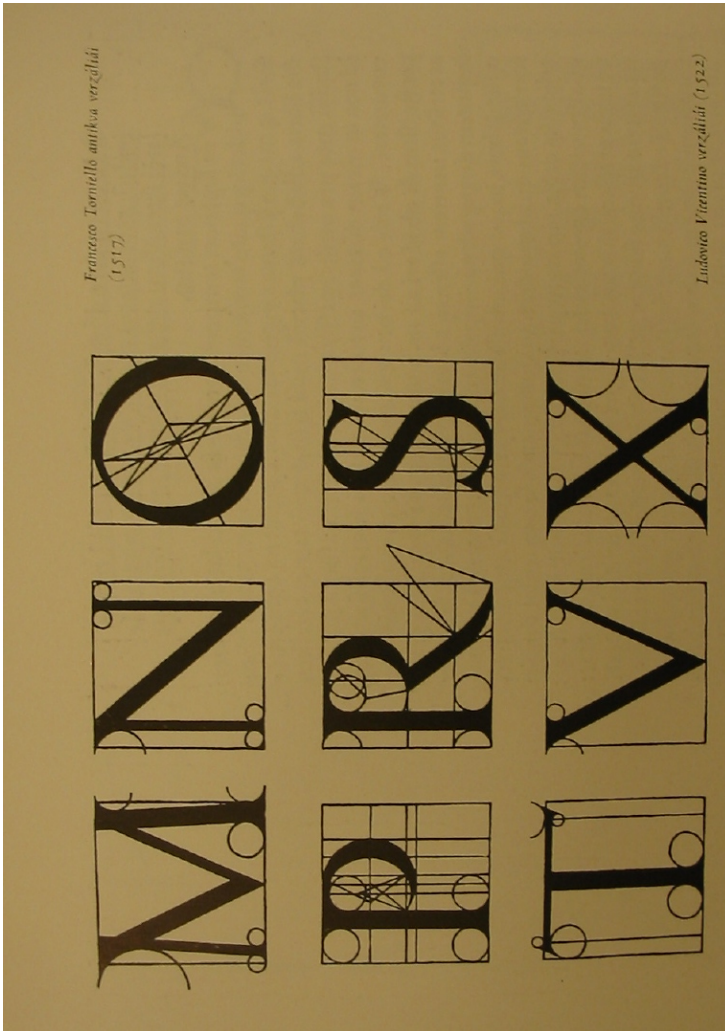


그림 3: 토르니엘로의 다른 문자