

# S자 이야기

Donald E. Knuth

1980

도널드 크누스(Donald E. Knuth) 교수가 쓴 *Digital Typography*에 재미있는 섹션이 있습니다. “S자 이야기(The Letter S)”인데요, 프란체스코 토르니엘로(Francesco Torniello)라는 이탈리아의 한 타이포그래퍼가 쓴 알파벳 도해법에서 S자 도해를 수학적으로 계산하여 설명하고 있습니다. 재미있는 부분이라는 생각이 들어서 조금 인용해 봅니다. 원문 그대로 옮기지는 않았고요, 제가 중간중간에 이해를 돕기 위해 추가한 부분이 있습니다만 따로 명기하지는 않았습니다.

## S자 이야기 중

몇 년 전 최신 프린트 장비에 사용할 적당한 알파벳을 디자인해야하는 문제가 있었는데 문자 스물다섯 개는 비교적 다루기가 쉬웠다. 그렇지 않은 다른 하나는 바로 ‘S’자였다.

(중략)

프란체스코 토르니엘로가 1517년에 쓴 《알파벳토》(*L'Alfabeto*)라는 책에는 알파벳 작도법이 소개되어 있다. 이를 요즘 수학 용어로 바꾸면 다음과 같다.

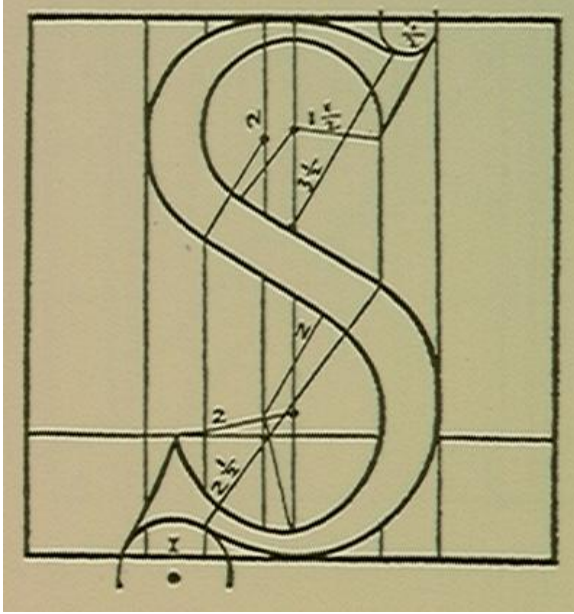


그림 1: 토르니엘로의 S자 도해

‘S’자는  $9 \times 9$  데카르트 좌표 평면에 그린다. 여기서  $0 \leq x \leq 9$ ,  $0 \leq y \leq 9$ 이다. ‘S’를 그리기 위한 경계점 14개를 정의한다. 편의상 이것들을  $P_1 = (x_1, y_1)$ ,  $P_2 = (x_2, y_2)$ ,  $\dots$ ,  $P_{14} = (x_{14}, y_{14})$ 로 정의한다.

1. 중심이  $(4.5, 5.5)$ 이고 반지름이 3.5인 원호를 그린다. 이때  $P_1$ 은 원호상의 점  $(4.5, 9)$ 이다.
2. 이때 1에서 그린 원호가 직선  $x = 6$ 와 만나는 점을  $P_2$ 라 하자.

그러면  $P_2$ 는  $(6, 5.5 + \sqrt{(3.5)^2 - (1.5)^2}) = (6, 5.5 + \sqrt{10})$ 이다.

3. 중심이  $(6.5, 9)$ 이고 반지름이 0.5인 원호를 그릴 차례다. 원호상의 점  $(6.5, 8.5)$ 를  $P_3$ 이라 하고  $P_3$ 에서  $(7, 9)$ 까지 원호를 그린다.
4. 점  $(6, 7)$ 를  $P_4$ 이라 하고,  $P_4$ 에서 방금 그린 원호에 접하는 직선을 긋는다.
5. 4에서 원호와 직선의 접점을  $P_5$ 라 하면  $P_5$ 는  $(6\frac{16}{17}, 8\frac{13}{17})$ 이다. (원의 성질과 닮음비, 삼각비를 이용하여 방정식을 푼다.)
6. 중심이  $(4, 7)$ 이고 반지름이 2인 원호를 그린다. 이때  $P_6$ 과  $P_7$ 은 각각  $(4, 9)$ ,  $(3, 7 - \sqrt{3})$ 이다. 이 두 점 사이 만큼 원호를 그린다.
7.  $(5, 4)$ 를  $P_8$ 이라 하고  $P_7$ 에서  $P_8$ 까지 직선을 긋는다.
8. 중심  $(4.5, 7\frac{1}{8})$ 에서  $P_4$ 를 지나는 원호를  $P_9 = (3.5, 6)$ 까지 긋는다.
9.  $(6, 4.5)$ 를  $P_{10}$ 이라 하고  $P_9$ 에서  $P_{10}$ 까지 직선을 긋는다.
10.  $P_{10}$ 을 지나고 중심이  $(4.5, 2.5)$ 이고 반지름이 2.5인 반원을 그린다.  $P_{11}$ 은  $(3, 0.5)$ 이다.
11.  $P_{11}$ 과  $P_{12}$ 를 잇는 다른 작은 원호를 그린다. 이 원호의 중심은  $(2.5, y)$ 이고 반지름은 1인데,  $P_{12}$ 의  $x_{12}$  좌표는  $1\frac{7}{8}$ 이다. 따라서  $y = (1 - \sqrt{3})/2 \approx -0.37$ 이고  $y_{12} = (\sqrt{39} + 4 - 4\sqrt{3})/8 \approx 0.41$ 이다. (원의 방정식을 풀어야 한다.)

12.  $P_8$ 에서 (아직 정의되지 않은)  $P_{13}$ 을 잇는 반지름이 2인 원호를 그린다. 이 원호의 중심의  $x$  좌표는 4이고  $x_{13} = 4.5$ 이다. 원의 방정식을 풀면 중심은  $(4, 4 - \sqrt{3}) \approx (4, 2.27)$ 이고  $y_{13} = 4 - \sqrt{3} - \sqrt{3.75} \approx 0.33$ 이다.
13.  $P_{13}$ 에서 (아직 정의되지 않은)  $P_{14}$ 를 잇는 반지름이 2인 원호를 그린다. 이 원호의 중심의  $y$  좌표는 4.5이고  $y_{14} = 2$ 이다. 원의 방정식을 풀면 중심은  $(4.5, 6 - \sqrt{3} - \sqrt{3.75}) \approx (4.5, 2.33)$ 이고  $x_{14} = 4.5 - \sqrt{4 - (4 - \sqrt{3} - \sqrt{3.75})^2} \approx 2.53$ 이다.
14. 마지막으로  $P_{14}$ 와  $P_{12}$ 를 잇는다.

(인용 끝)

- 그림 2는 Adobe Illustrator에서 크누스 교수가 소개한 방법으로 그렸는데, 정확한 작도를 위해 약간의 원의 방정식을 풀어야 했습니다.
- 토르니엘로의 문자를 볼 수 있는 곳

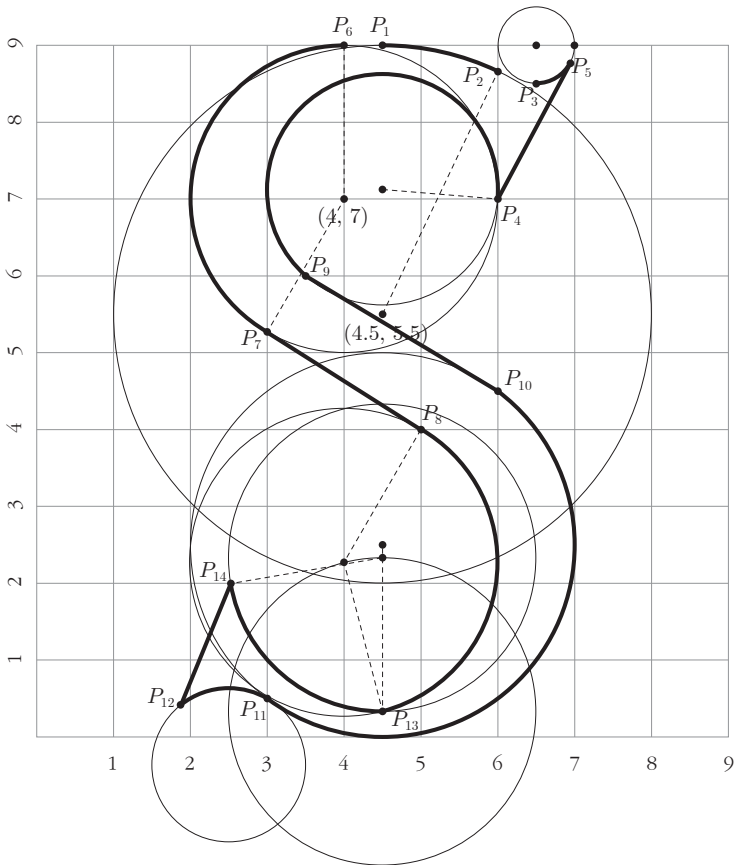


그림 2: 크누스가 소개한 작도 방법으로 그려본 토르니엘로의 S자

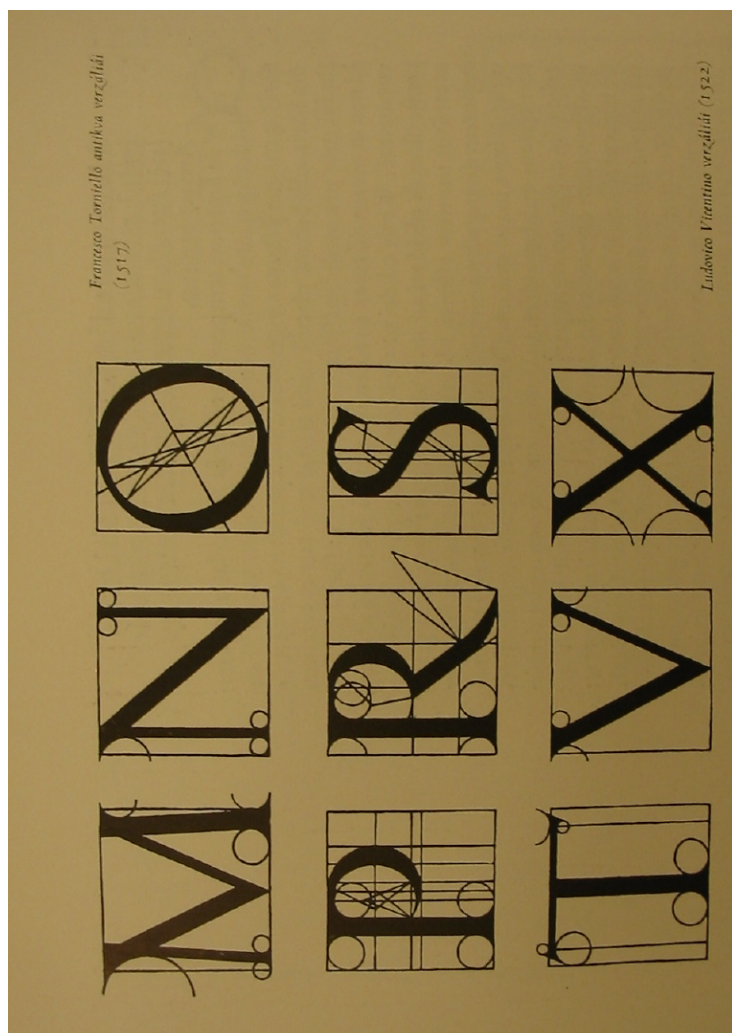


그림 3: 토르니엘로의 다른 문자